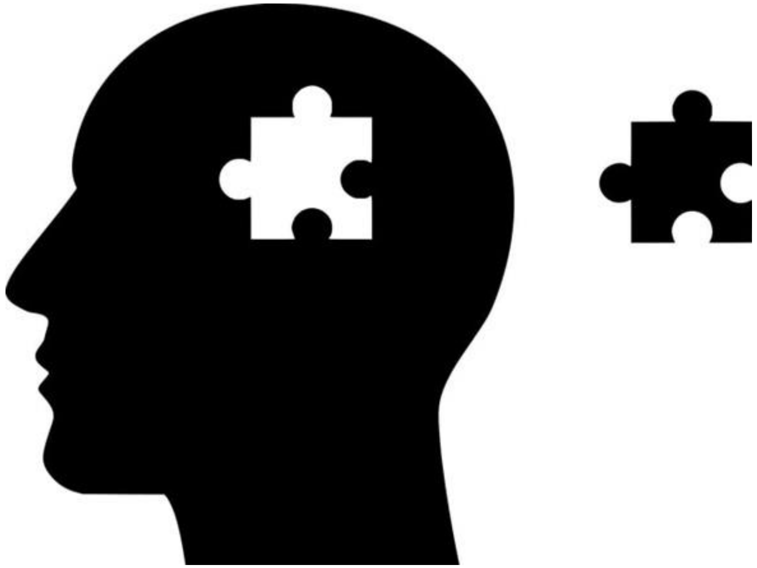

LÓGICA PROPOSICIONAL

Jiyan Yari

Princípio do Terceiro Excluído

Toda proposição simples **p** é verdadeira ou falsa, isto é, tem valor lógico V ou F.

A determinação do valor lógico de uma proposição composta depende do valor lógico das proposições que a compõe.

Princípio do Terceiro Excluído

Dada uma proposição composta **P (p, q, r, s, ...)**, pode-se sempre determinar o seu valor lógico quando são conhecidos os valores lógicos das proposições simples que a compõe.

Tabela Verdade

Para se determinar o valor lógico de uma proposição composta, usa-se uma ferramenta chamada tabela-verdade.

Todos os possíveis valores lógicos da proposição composta estão representadas na tabela verdade, correspondentes a todas as possíveis atribuições de valores lógicos e proposições simples que a compõe.

Tabela Verdade

Nos enunciados compostos de duas proposições p e q, pode-se ter 4 situações:

- p e q são verdadeiros;
- p é verdadeiro e q é falso
- p é falso e q é verdadeiro;
- p e q são falsos.

Tabela Verdade

Para cada valor lógico de p, tem-se 2 valores lógicos de q.

As quatro possibilidades são representadas, respectivamente, pelas quatro linhas horizontais de valores-verdade.

Tabela Verdade

p	q
F	**F**
F	**V**
V	**F**
V	**V**

A quantidade de possibilidade/soluções depende da quantidade da quantidade de proposições:

$$N = 2 \Rightarrow 2n = 2^2 = \mathbf{4}$$

Tabela Verdade

p	q	r
F	F	F
F	F	V
F	V	F
F	V	V
V	F	F
V	F	V
V	V	F
V	V	V

Quando uma proposição composta é formada por três proposições simples p, q e r, para cada valor lógico de p, temos dois valores lógicos de q e para cada valor lógico de q, temos dois de r:

$$N = 3 \Rightarrow 2n \Rightarrow 2^3 = 8$$

Negação

A expressão "não é verdade", em geral, antecede um enunciado para formar um novo enunciado, o qual é chamado de negação do primeiro.

Negação

A tabela-verdade da negação admite 2 situações possíveis:

- P é verdadeiro ou P é falso;

- Estas situações são representadas pelas duas linhas horizontais de valores-verdade;

- A coluna sob P indica o valor-verdade de -P em cada situação.

Negação

Tabela	
P	**-P**
F	**V**
V	**F**

A quantidade de possibilidade/soluções depende da quantidade da quantidade de proposições:

$$N = 2 \Rightarrow 2n = 2^2 = \mathbf{4}$$

Conjunção p^q

Uma composição formada por dois enunciados, ligados pelo operador lógico "e" ou uma expressão equivalente.

Chama-se conjunção cujo valor lógico é (V) quando são ambas verdadeiras e (F) nos demais casos

Conjunção p^q

Exemplo:

(1)

p: 3 < 5 (V)

q: 7 > 9 (F)

p ^ q: 3 < 5 (V) e 7 > 9 (F)

Exemplo:

(2)

p: José estuda física

q: José joga futebol

p ^ q: José estuda física e joga futebol

Disjunção: p ᵛ q

A proposição formada pela união de duas proposições simples através do operador lógico "ou" chama-se disjunção, ou seja, é a afirmação pela qual se declara pelo menos uma das afirmações p e q.

Disjunção: $p \vee q$

Na linguagem corrente a palavra "ou" possui dois significados distintos.

O chamado sentido não-exclusivo para o qual ao menos um dos enunciados componentes é verdadeiro ou ambos.

Disjunção: $p \vee q$

E o sentido exclusivo onde um dos enunciados é verdadeiro e o outro é falso.

Na lógica matemática a expressão "ou" se usa sempre no sentido não-exclusivo.

A disjunção $p \vee q$ tem valor lógico (F) quando são p e q são falsas e (V) nos demais casos

Disjunção: $p \vee q$

Exemplo:

(1)

p:3 < 7 (V)

q: 15 é divisível por 5 (V)

$p \vee q$: 3 < 7 ou 15 é divisível por 5. (V)

Exemplo:

(2)

p: o triângulo ABC é retângulo

q: o triângulo ABC é isósceles

$p \vee q$: o triângulo ABC é retângulo ou isósceles.

Conjunção p ^ q e Disjunção: p ˅ q

p	q	p ^ q	p ˅ q
F	F	F	F
F	V	F	V
V	F	F	V
V	V	V	V

Condicional: p -> q

A combinação de dois enunciados por meio das palavras "se...então..." forma um enunciado composto que recebe o nome de condicional.

A cláusula à qual se acha prefixada a palavra se chama-se antecedente e a cláusula introduzida pela palavra então chama-se consequente.

Condicional: p -> q

A proposição “se p então q” tem valor lógico (F) somente quando p é verdadeira e q é falsa.

Negar que ocorre “se p então q” é dizer que p ocorreu e q não acorreu.

Pode-se ler a condicional p -> q na forma:

p é condição suficiente para q

q é condição necessária para p.

Condicional: p -> q

Exemplo:

(1)

p: 7 < 3 (F)

q: 15 é divisível por 5 (V)

P -> q: se 3 < 7 então 15 é divisível por 5 (V)

Condicional: p -> q

Exemplo:

(2)

p: se todos os números naturais pertencem a N e 1999 é um número natural, então 1999 pertence a N

q: se 64 é par, então 64 não é impar

r: se o meu time perder o jogo, então comerei minha camisa

Exercícios

1. A professora de Álgebra fez a seguinte afirmação em sala de aula: "Se eu ganhar na loteria eu compro uma motocicleta Harley-Davison."

Em que circunstâncias ela teria mentido:

(a) Ganhou na loteria e não comprou a moto.

(b) Não ganhou na loteria e não comprou a moto.

(c) Não ganhou na loteria e comprou a moto.

(d) Ganhou na loteria e comprou a moto.

Exercícios

2. Quais seriam as frases equivalentes ao que ela disse:

(a) Se eu não comprar uma motocicleta Harley-Davidson então, eu não ganhei na loteria.

(b) Se eu não ganhar na loteria eu não compro uma motocicleta Harley-Davidson.

(c) Se eu comprar uma motocicleta Harley-Davidson é porque ganhei na loteria.

Bicondicional: p <-> q

Um enunciado formado pela expressão "se e somente se" chama-se bicondicional e pode ser considerado como a conjunção de dois enunciados condicionais na forma (p->q)^(q -> p).

Logo a proposição bicondicional “p se e somente se q” tem valor lógico (V) se p e q tiverem o mesmo valor lógico e (F) nos demais casos.

Notação: p <-> q

Bicondicional: p <-> q

Exemplo:

(1)

p : 3 < 7

q : 15 é divisível por 5

p <-> q : 3 < 7 se e somente se 15 é divisível por 5

Bicondicional: p <-> q

Exemplo:

(2)

p : o triângulo ABC é retângulo

q : o triângulo ABC é isósceles

p <-> q: o triângulo ABC é retângulo se e somente se ele for isósceles

Bicondicional: p <-> q

Observação

Pode-se ler a bicondicional p <->q na forma:

(i) p é condição necessária e suficiente para q

(ii) q é condição necessária e suficiente para p.

Bicondicional: p <-> q

p	q	p -> q	p <-> q
F	F	V	V
F	V	V	F
V	F	F	F
V	V	V	V