



LÓGICA: EQUIVALÊNCIAS E PROPRIEDADES

Implicação

Uma proposição $P(p, q, r, \dots)$ implica uma proposição $Q(p, q, r, \dots)$, ou seja $P \Rightarrow Q$, se para valor verdadeiro da primeira então a segunda é verdadeira.

Da definição segue que $P \Rightarrow Q$ somente se a condicional $P \rightarrow Q$ é uma tautologia.

Obs: toda proposição implica uma tautologia e somente uma contradição implica uma contradição.

Implicação

Exemplo:

Sendo P: $p \wedge q$ e Q: $p \vee q$, verificar que $P \Rightarrow Q$, ou seja, Verificar se $p \wedge q \rightarrow p \vee q$ é uma tautologia.

p	q	$p \wedge q$	$p \vee q$	$(p \wedge q) \rightarrow (p \vee q)$
F	F			
F	V			
V	F			
V	V			

Equivalência

Uma proposição $P(p, q, r, \dots)$ é equivalente a uma proposição $Q(p, q, r, \dots)$ se elas implicarem uma na outra.

Equivalência é representada por $P \Leftrightarrow Q$.

Assim, $P \Leftrightarrow Q$ se a bicondicional $P \leftrightarrow Q$ é uma tautologia.

Obs: quaisquer duas tautologias ou duas contradições são equivalentes.

Equivalência

Exemplo 1: Sendo $P: p \leftrightarrow q$ e $Q: (p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)$, verificar que $P \Leftrightarrow Q$, isto é, mostrar que $(p \leftrightarrow q) \leftrightarrow ((p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p))$ é uma tautologia.

p	q	$p \rightarrow q$	$q \rightarrow p$	$p \leftrightarrow q$	$(p \rightarrow q) \leftrightarrow (q \rightarrow p)$	$(p \leftrightarrow q) \leftrightarrow ((p \rightarrow q) \leftrightarrow (q \rightarrow p))$
F	F					
F	V					
V	F					
V	V					

Equivalência

Exemplos 2: Sendo P: $\neg(p \rightarrow q)$ e Q: $p \wedge \neg q$, verificar se $P \Leftrightarrow Q$, isto é, $\neg(p \rightarrow q) \Leftrightarrow p \wedge \neg q$

p	q	$\sim q$	$p \rightarrow q$	$\sim(p \rightarrow q)$	$p \wedge \sim q$	$\sim(p \rightarrow q) \Leftrightarrow (p \wedge \sim q)$
F	F					
F	V					
V	F					
V	V					

Equivalência

Exemplos 3: Se $P: p \wedge \sim q \rightarrow f$ onde f é uma proposição cujo valor lógico é (F) e $Q: p \rightarrow q$, então $P \Leftrightarrow Q$, isto é, $P \leftrightarrow Q$ é uma tautologia.

p	q	$\sim q$	$p \rightarrow q$	$p \wedge \sim q$	f	$(p \wedge \sim q) \rightarrow f$	$((p \wedge \sim q) \rightarrow f) \leftrightarrow (p \rightarrow q)$
F	F						
F	V						
V	F						
V	V						