

FUNÇÕES E OPERADORES LÓGICOS

Tautologia

Proposição composta que é sempre verdadeira independente dos valores lógicos das proposições que a compõe.

Exemplo:

$$p \vee \sim p$$

$$\sim(p \wedge \sim p)$$

Tautologia

Construir a tabela verdade da proposição $P(p, q, r) = p \wedge r \rightarrow \sim q \vee r$

p	q	r	~q	p ∧ r	~q ∨ r	p ∧ r → ~q ∨ r
V	V	V	F	V	V	V
V	V	F	F	F	F	V
V	F	V	V	V	V	V
V	F	F	V	F	V	V
F	V	V	F	F	V	V
F	V	F	F	F	F	V
F	F	V	V	F	V	V
F	F	F	V	F	V	V

Contradição

Proposição composta que é sempre falsa independente dos valores lógicos das proposições que a compõe.

Exemplo:

$$p \wedge \sim p$$

$$\sim(p \vee \sim p)$$

Contradição

Construir a tabela verdade da proposição $\sim((p \leftrightarrow q \wedge p) \rightarrow q)$

p	q	$p \leftrightarrow q$	$(p \leftrightarrow q) \wedge p$	$(p \leftrightarrow q \wedge p) \rightarrow q$	$\sim((p \leftrightarrow q \wedge p) \rightarrow q)$
V	V	V	V	V	F
V	F	F	F	V	F
F	V	F	F	V	F
F	F	V	F	V	F

Parênteses e precedência

Na Lógica Matemática é convencionalizada a seguinte ordem de precedência entre os operadores:

1º: \sim

2º: \wedge, \vee

3º: $\rightarrow, \leftrightarrow$

Parênteses e precedência







Regras importantes devem ser observadas:

1. A ordem de prioridade de uma operação lógica somente pode ser alterada através do uso de parênteses.
2. Operadores diferentes e de mesma prioridade necessariamente devem ter sua ordem indicada pelo uso de parênteses.

Escrita correta

Uma fonte muito comum de erros em Matemática é a conversão de frases da linguagem cotidiana para expressões e proposições.

Exemplos:

Sentença	Errado	Certo
Se $x^2 = 1$ então x é igual a 1 ou a -1.	$x^2 = 1 \rightarrow x = 1 \vee -1$ 	$x^2 = 1 \rightarrow x = 1 \vee x = -1$ 
Se $x^2 = 1$ então as soluções são 1 e -1.	$x^2 = 1 \rightarrow x = 1 \wedge -1$ 	$x^2 = 1 \rightarrow x = 1 \vee x = -1$ 
Se $x^2 = 1$ então as soluções são 1 e -1.	$x^2 = 1 \rightarrow x = 1 \wedge x = -1$ 	$x^2 = 1 \rightarrow x = 1 \vee x = -1$ 

Atividades

Supondo que Sherlock Holmes acerte todos os raciocínios que faz, indique quais das frases abaixo poderiam ser ditas por ele:

(a) Se sei que se p ocorre então q ocorre e sei que p ocorreu então é elementar, meu caro Watson, que q ocorreu, está ocorrendo ou ocorrerá.

(b) Se sei que se p ocorre então q ocorre e sei que p não ocorreu então é elementar, meu caro Watson, que q não ocorreu.

(c) Se sei que se p ocorre então q ocorre e sei que q não ocorreu então é elementar, meu caro Watson, que p não ocorreu.

(d) Se sei que se p ocorre então q ocorre e sei que q ocorreu então é elementar, meu caro Watson, que p ocorreu.

Atividades

(1) As seguintes proposições estão escritas **corretamente**:

(a). $p \vee q \vee r \leftrightarrow \neg p$

(b). $p \vee q \vee (r \leftrightarrow \neg p)$

(c). $(p \rightarrow q) \rightarrow p$

(d). $(p \wedge q) \vee r \rightarrow p$

(e). $(p \vee q) \leftrightarrow \neg p \wedge \neg q$

(f). $p \vee q \leftrightarrow \neg p \wedge \neg q$

Atividades

(2) As seguintes sentenças estão **incorretamente** escritas (não tem significado definido!!!):

Sentença	Erro
(a). $p \wedge q \vee r$	Os operadores \wedge e \vee são diferentes e têm mesma prioridade. O resultado é ambíguo.
(b). $p \rightarrow q \leftrightarrow p$	Os operadores \rightarrow e \leftrightarrow são diferentes e têm mesma prioridade. O resultado é ambíguo.
(c). $(p \vee q) \leftrightarrow (-p \wedge) -q$	Falta uma proposição entre o \wedge e o parênteses. Falta um operador entre o parênteses e a proposição $\neg q$.

Atividades

(3) A colocação de parênteses pode alterar o valor lógico (e o sentido) de uma proposição:

$$(i). \quad V \vee F \rightarrow F \quad \Leftrightarrow V \rightarrow F \quad \Leftrightarrow F$$

$$(ii). \quad V \vee (F \rightarrow F) \quad \Leftrightarrow V \vee V \quad \Leftrightarrow V$$

Atividades

Construir a tabela verdade da proposição $P(p, q, r) = p \wedge r \rightarrow \sim q \vee r$

p	q	r	$\sim q$	$p \wedge q$	$\sim q \vee r$	$p \wedge r \rightarrow \sim q \vee r$
F	F	F				
F	F	V				
F	V	F				
F	V	V				
V	F	F				
V	F	V				
V	V	F				
V	V	V				

Atividades

Construir a tabela verdade da proposição: $\sim((p \leftrightarrow q \wedge p) \rightarrow q)$

p	q	$p \leftrightarrow q$	$p \leftrightarrow q \wedge p$	$(p \leftrightarrow q \wedge p) \rightarrow q$	$\sim((p \leftrightarrow q \wedge p) \rightarrow q)$
F	F				
F	V				
V	F				
V	V				

Atividades

Construir a tabela verdade da proposição: $p \vee (q \vee r) \leftrightarrow (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$

p	q	r							
F	F	F							
F	F	V							
F	V	F							
F	V	V							
V	F	F							
V	F	V							
V	V	F							
V	V	V							